**Министерство науки и высшего образования Российской̆ Федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет информационных технологий и программирования

Расчетное задание №5  
по дисциплине «Вычислительная математика»

Тема:   
Приближенное решение задачи Коши

Выполнил студент группы № M3311

Ершова Мария, Ходжаев Дорюш

## Исходное уравнение

### Начальные условия: y(0)=0.4 1. Метод Эйлера

Формула:

### Метод Рунге-Кутта 4-го порядка

Формула:

1. **Метод степенных рядов ( n=4 )**В данном методе решение предполагается в виде ряда Тейлора:  
   где , a - k-ая производная в точке x=0
2. **Метод последовательных приближений ( n = 3 )**Метод последовательных вычислений ( метод Пикара ) заключается в итеративном вычислении:

Формулы для расчета погрешностей  
  
1. Метод Эйлера

Погрешность для данного метода вычисляется по правилу Рунге  
где p=1, h=1   
  
2. Метод Рунге-Кутта 4-го порядка

Погрешность для данного метода вычисляется по правилу Рунге  
где p=4, h=1

1. Метод степенных рядов  
     
   Формула для расчета погрешности степенных рядов:
2. Метод последовательных приближенний  
     
   Формула для расчета погрешности:

**Ручные вычисления:**  
  
Для метод степенных рядов выполним ручные вычисления:  
1. Найдем коэффициенты :

:  
 4  
:

:

y’’(0) =

.

:

y’’(0) =

.

:

(0) =

.

Итого получаем ряд:

**Результаты вычислений:**  
  
  
Таблица результатов:

Метод x y(x) Погрешность

----------------------------------------------------------------------

Эйлера (h=0.1) 0.00 0.400000 0.000000

Эйлера (h=0.1) 0.10 0.480000 0.044902

Эйлера (h=0.1) 0.20 0.641422 0.095662

Эйлера (h=0.1) 0.30 0.872251 0.141887

Эйлера (h=0.1) 0.40 1.142022 0.180322

Эйлера (h=0.1) 0.50 1.419926 0.217896

Эйлера (h=0.1) 0.60 1.693832 0.270391

Эйлера (h=0.1) 0.70 1.981441 0.357471

Эйлера (h=0.1) 0.80 2.328484 0.496549

Эйлера (h=0.1) 0.90 2.795054 0.698535

Эйлера (h=0.1) 1.00 3.436747 0.967689

----------------------------------------------------------------------

Эйлера (h=0.05) 0.00 0.400000 0.000000

Эйлера (h=0.05) 0.05 0.440000 0.011069

Эйлера (h=0.05) 0.10 0.501270 0.023632

Эйлера (h=0.05) 0.15 0.584108 0.036884

Эйлера (h=0.05) 0.20 0.687015 0.050070

Эйлера (h=0.05) 0.25 0.806989 0.062596

Эйлера (h=0.05) 0.30 0.940012 0.074126

Эйлера (h=0.05) 0.35 1.081673 0.084645

Эйлера (h=0.05) 0.40 1.227854 0.094490

Эйлера (h=0.05) 0.45 1.375389 0.104344

Эйлера (h=0.05) 0.50 1.522632 0.115189

Эйлера (h=0.05) 0.55 1.669856 0.128228

Эйлера (h=0.05) 0.60 1.819436 0.144787

Эйлера (h=0.05) 0.65 1.975801 0.166209

Эйлера (h=0.05) 0.70 2.145164 0.193749

Эйлера (h=0.05) 0.75 2.335057 0.228491

Эйлера (h=0.05) 0.80 2.553741 0.271292

Эйлера (h=0.05) 0.85 2.809552 0.322768

Эйлера (h=0.05) 0.90 3.110280 0.383310

Эйлера (h=0.05) 0.95 3.462648 0.453153

Эйлера (h=0.05) 1.00 3.871970 0.532465

----------------------------------------------------------------------

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.00 0.400000 0.000000

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.10 0.524908 0.000006

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.20 0.737095 0.000011

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.30 1.014151 0.000013

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.40 1.322354 0.000009

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.50 1.637823 0.000001

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.60 1.964213 0.000011

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.70 2.338889 0.000023

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.80 2.824998 0.000035

Рунге-Кутта (h=0.1) 0.90 3.493542 0.000048

Рунге-Кутта (h=0.1) 1.00 4.404372 0.000064

----------------------------------------------------------------------

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.00 0.400000 0.000000

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.05 0.451070 0.000000

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.10 0.524902 0.000000

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.15 0.620992 0.000000

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.20 0.737085 0.000001

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.25 0.869586 0.000001

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.30 1.014139 0.000001

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.35 1.166319 0.000001

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.40 1.322345 0.000001

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.45 1.479734 0.000000

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.50 1.637822 0.000000

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.55 1.798084 0.000000

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.60 1.964222 0.000001

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.65 2.142009 0.000001

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.70 2.338911 0.000002

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.75 2.563546 0.000002

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.80 2.825031 0.000003

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.85 3.132317 0.000003

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.90 3.493586 0.000003

Рунге-Кутта (h=0.05) 0.95 3.915797 0.000004

Рунге-Кутта (h=0.05) 1.00 4.404431 0.000005

----------------------------------------------------------------------

Степенных рядов (n=4) 0.00 0.400000 0.000000

Степенных рядов (n=4) 0.05 0.454483 0.000098

Степенных рядов (n=4) 0.11 0.535588 0.001593

Степенных рядов (n=4) 0.16 0.646115 0.008043

Степенных рядов (n=4) 0.21 0.788861 0.025106

Степенных рядов (n=4) 0.26 0.966628 0.059986

Степенных рядов (n=4) 0.32 1.182213 0.120643

Степенных рядов (n=4) 0.37 1.438417 0.214896

Степенных рядов (n=4) 0.42 1.738038 0.349506

Степенных рядов (n=4) 0.47 2.083875 0.529383

Степенных рядов (n=4) 0.53 2.478729 0.757013

Степенных рядов (n=4) 0.58 2.925397 1.032170

Степенных рядов (n=4) 0.63 3.426680 1.351967

Степенных рядов (n=4) 0.68 3.985377 1.711215

Степенных рядов (n=4) 0.74 4.604286 2.103050

Степенных рядов (n=4) 0.79 5.286208 2.519736

Степенных рядов (n=4) 0.84 6.033941 2.953531

Степенных рядов (n=4) 0.89 6.850284 3.397482

Степенных рядов (n=4) 0.95 7.738038 3.846070

Степенных рядов (n=4) 1.00 8.700000 4.295564

----------------------------------------------------------------------

Последовательных приближений 0.00 0.257143 0.142857

Последовательных приближений 0.05 0.311438 0.142947

Последовательных приближений 0.11 0.390333 0.143662

Последовательных приближений 0.16 0.492188 0.145884

Последовательных приближений 0.21 0.612991 0.150765

Последовательных приближений 0.26 0.746951 0.159691

Последовательных приближений 0.32 0.887328 0.174242

Последовательных приближений 0.37 1.027390 0.196131

Последовательных приближений 0.42 1.161385 0.227147

Последовательных приближений 0.47 1.285375 0.269117

Последовательных приближений 0.53 1.397836 0.323880

Последовательных приближений 0.58 1.499935 0.393292

Последовательных приближений 0.63 1.595454 0.479260

Последовательных приближений 0.68 1.690362 0.583799

Последовательных приближений 0.74 1.792105 0.709131

Последовательных приближений 0.79 1.908691 0.857781

Последовательных приближений 0.84 2.047715 1.032695

Последовательных приближений 0.89 2.215437 1.237366

Последовательных приближений 0.95 2.416044 1.475924

Последовательных приближений 1.00 2.651198 1.753237

